МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей

А.В. Глушко
03.07.2020

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.09 Дополнительные главы теории параболических и гиперболических уравнений

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки/специализация: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей

6. Составители программы: Логинова Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета. Протокол № 0500-04 от 25.06.2020

8. Учебный год: 2022/2023 **Семестр(ы): 6**

9.Цели и задачи учебной дисциплины

Цель дисциплины:

- изучение теории уравнений параболических и гиперболических типов.

Задачи учебной дисциплины:

- освоение важнейших понятий теории параболических и гиперболических уравнений;
- изучение методов решения задач для гиперболических и параболических уравнений в математической физике.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1, часть, формируемая участниками образовательных отношений.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными.

Обучающийся должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дисциплина является предшествующей для курсов математические модели физических процессов, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-4	Способность к определению целей и задач проводимых исследований, знание отечественного и международного опыта в области знаний уравнений в частных производных и уравнений математической физики, умение использовать отечественный и международный опыт в данной области задач	ПК-4.1	Применяет знания отечественного и международного опыта в области знаний уравнений в частных производных и уравнений математической физики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области уравнений в частных производных, общие формы закономерности теории уравнений с частными производными. Уметь: применять методы уравнений в частных производных к решению широкого класса задач для уравнений гиперболического и параболического типов. Владеть: навыками поиска необходимой информации в профессиональных базах данных и её применения для решения поставленных задач
		ПК-4.2	Анализирует и внедряет отечественный и международный опыт в данной области задач	Знать: основные методы решения уравнений гиперболического и параболического типов, применяемые в отечественной и зарубежной практике. Уметь: определять наиболее рациональный метод решения и применить его к конкретной задаче. Владеть: навыками анализа и практического использования знаний и методов решения уравнений в частных производных.
		ПК-4.3	Формирует иерархию основных и	Знать: основные задачи и цели исследования уравнений в частных производных.

			второстепенных целей и задач в исследованиях, проводимых в области уравнений в частных производных и уравнений математической физики	Уметь: выделять основные и второстепенные цели и задачи исследования уравнения в частных производных параболического или гиперболического типа. Владеть: навыками систематизации информации в области уравнений в частных производных параболического и гиперболического типов.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(*в соответствии с учебным планом*) — ___3_/__108___.

Форма промежуточной аттестации(*зачет/экзамен*) _экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			6 семестр
Аудиторные занятия		32	32
в том числе:	лекции	16	16
	практические	16	16
	лабораторные	-	-
Самостоятельная работа		40	40
в том числе: курсовая работа (проект)		5	5
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – __36 час.)*		36	36
Итого:		108	108

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Основные задачи математической физики	Основные задачи математической физики. Постановка граничных задач. Корректность постановки задач	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
1.2	Задачи для уравнений гиперболического типа	Бесконечная струна. Формула представления решения задачи Коши. Формула Даламбера. Физический смысл формулы Даламбера.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Полуограниченная струна. Метод продолжений. Формулы представлений решений начально-краевых задач для полуограниченной струны.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Уравнения гиперболического типа с двумя	https://e

		независимыми переменными. Задача Коши для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Единственность решения задачи Коши. Задача Гурса.	du.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
1.3	Задача Коши для волнового уравнения	Задача Коши для волнового уравнения. Формула Пуассона. Непрерывная зависимость решения задачи Коши для волнового уравнения от начальных данных.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Теорема единственности решения задачи Коши для волнового уравнения. Формула представления решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Запаздывающий потенциал.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
1.4	Задачи для уравнений параболического типа	Вывод уравнения распространения тепла в изотропном твердом теле. Уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в прямоугольнике. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
1.5	Задача Коши для уравнения теплопроводности	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Единственность решения. Интеграл Фурье. Неоднородная начальная задача для уравнения теплопроводности. Физический смысл фундаментального решения уравнения теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
2. Практические занятия			
2.1	Основные задачи математической физики	Основные задачи математической физики. Постановка граничных задач. Корректность постановки задач	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
2.2	Задачи для уравнений гиперболического типа	Бесконечная струна. Формула представления решения задачи Коши. Формула Даламбера. Физический смысл формулы Даламбера.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Полуограниченная струна. Метод продолжений. Формулы представлений решений начально-краевых задач для полуограниченной струны.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Задача Коши для уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Задача Гурса.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
	Задача Коши для волнового	Задача Коши для волнового уравнения.	https://e

2.3	уравнения	Формула Пуассона.	du.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Формула представления решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Запаздывающий потенциал. Контрольная работа	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
2.4	Задачи для уравнений параболического типа	Уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
		Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в прямоугольнике. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881
2.5	Задача Коши для уравнения теплопроводности	Задача Коши для уравнения теплопроводности. Единственность решения. Интеграл Фурье. Неоднородная начальная задача для уравнения теплопроводности. Физический смысл фундаментального решения уравнения теплопроводности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные задачи математической физики	2	2	-	8	12
2	Задачи для уравнений гиперболического типа	4	4	-	8	16
3	Задача Коши для волнового уравнения	4	4	-	8	16
4	Задачи для уравнений параболического типа	4	4	-	8	16
5	Задача Коши для уравнения теплопроводности	2	2	-	8	12
	Итого:	16	16	-	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 40 часов. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях выполняются задания, основанные на применении теоретического материала, прочитанного на лекциях.

При изучении курса «дополнительные главы теории параболических и гиперболических уравнений» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции обучающимся рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки, разобрать примеры, рассмотренные на лекции. Перед следующей лекций обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать рассмотренные на этом занятии задания, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при выполнении заданий возникнут вопросы, обязательно задать их на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «дополнительные главы теории параболических и гиперболических уравнений» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
01	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: http://biblioclub.ru

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
02	Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными гиперболического и параболического типов: учебно-методическое пособие / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, С.А. Ткачева; Воронежский государственный университет. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019. – 80с. – URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view_file&lid=465
03	Владимиров В.С. Уравнения математической физики : учебник / Владимиров В.С., Жаринов В.В. — Москва : Физматлит, 2008 .— 400 с. — Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Владимиров В.С, Жаринов В.В. - 2-е изд., стереотип. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — ISBN 5-9221-0310-7 .—

	<URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922103107.html>.
04	Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики : задачник / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. — Москва : Физматлит, 2016 .— 520 с. — Сборник задач по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] / Владимиров В.С., Михайлов В.П., Михайлова Т.В., Шабунин М.И. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — ISBN 5-9221-1692-3 .— <URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922116923.html>.
05	Глушко А.В. Уравнения математической физики: учеб. пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко; Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. – 520 с. – URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=cat&id=28.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
06	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
07	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
08	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
09	*https://edu.vsu.ru/* – образовательный портал «Электронный университет ВГУ»/LMC Moodle

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
01	Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными гиперболического и параболического типов: учебно-методическое пособие / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, С.А. Ткачева; Воронежский государственный университет. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019. – 80с. – <URL: http://www.kuchp.ru/index.php?name=Files&op=view_file&lid=465>
02	Специальный курс "Уравнения гиперболического и параболического типов" : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: А.В. Глушко [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 63 с.– <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07212.pdf>.
03	Метод характеристик решения уравнений с частными производными второго порядка : учебно-методическое пособие / сост. П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017 .— 22 с.– <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m17-81.pdf>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6881).

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows 10, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентации), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), MATLAB, Gimp, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Специализированная мебель.

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, соответствующие действующим санитарно-техническим нормам и противопожарным правилам.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Internet и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ВГУ.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Основные задачи математической физики	ВПК-4	ВПК-4.1, ВПК-4.2, ВПК-4.3	Домашние задания, контрольная работа
2.	Задачи для уравнений гиперболического типа	ВПК-4	ВПК-4.1, ВПК-4.2, ВПК-4.3	Домашние задания, контрольная работа
3.	Задача Коши для волнового уравнения	ВПК-4	ВПК-4.1, ВПК-4.2, ВПК-4.3	Домашние задания, контрольная работа
4.	Задачи для уравнений параболического типа	ВПК-4	ВПК-4.1, ВПК-4.2, ВПК-4.3	Домашние задания, контрольная работа
5.	Задача Коши для уравнения теплопроводности	ВПК-4	ВПК-4.1, ВПК-4.2, ВПК-4.3	Домашние задания, контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену, Практическое задание, курсовая работа

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: домашние задания, контрольная работа.

Домашние задания:

1. В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести к каноническому виду уравнения:

1. $u_{xx} - 2u_{xy} - 3u_{yy} + u_y = 0$;
2. $4u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} - 2u_y = 0$;
3. $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} + 2u_x + 6u_y = 0$;
4. $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + \alpha u_x + \beta u_y + cu = 0$;
5. $y^2 u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$;
6. $4y^2 u_{xx} - e^{2x} u_{yy} = 0$;
7. $u_{xx} - (1+y^2)u_{yy} - 2y(1+y^2)u_y = 0$;
8. $y^2 u_{xx} + 2yu_{xy} + u_{yy} = 0$.

2. Задания из учебно-методического пособия: Глушко А.В. Дифференциальные уравнения с частными производными гиперболического и параболического типов: учебно-методическое

пособие / А.В. Глушко, Е.А. Логинова, С.А. Ткачева; Воронежский государственный университет. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019. – 80с., стр. 77-78.

Контрольная работа:

Вариант 1

1. Привести к каноническому виду уравнение $xy^2u_{xx} - 2x^2yu_{xy} + x^3u_{yy} - y^2u_x = 0$;

2. Найти общее решение уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \frac{2}{\eta}\frac{\partial u}{\partial \eta} = 0$.

Описание технологии проведения

Домашние задания, выполняются обучающимся в ходе самостоятельной работы, на практических занятиях преподавателем производится выборочная проверка выполнения домашнего задания.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. Контрольная работа 1 включает в себя два задания, одно задание посвящено приведению дифференциального уравнения к каноническому виду, одно – вычислению общего решения уравнения с частными производными. Ограничение по времени – 60 минут. Во время контрольной работы не разрешено пользоваться никакими справочными материалами.

Текущая аттестация по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, https://edu.vsu.ru/).

Требование к выполнению заданий

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено», которые формируются следующим образом:

Оценки	Критерии
Зачтено	Обучающийся правильно выполнил не менее 50% предложенных заданий.
Не зачтено	Обучающийся правильно выполнил менее 50% предложенных заданий.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по билетам к экзамену, курсовая работа.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Вывод уравнения Даламбера
2. Постановка граничных условий для струны
3. Продольные колебания упругого стержня
4. Граничные условия для стержня
5. Классификация уравнений второго порядка.
6. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристики
7. Бесконечная струна. Метод Даламбера. Замена переменных в уравнении Даламбера и представление решения
8. Решение задачи Коши для уравнения Даламбера. Представление решения, единственность решения и непрерывная зависимость решения от начальных данных
9. Два частных случая начальных данных
10. Полуограниченная струна. Метод продолжений. Леммы о четном и нечетном продолжениях решения
11. Формулы представления решений начально-краевых задач для полуограниченной струны
12. Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Задача Коши, постановка и сведение к системе интегральных уравнений

13. Лемма о факториальной сходимости и существовании решения задачи Коши для гиперболического уравнения второго порядка
14. Единственность решения задачи Коши для гиперболического уравнения второго порядка
15. Задача Гурса. Сведение задачи к системе интегральных уравнений. Существование и единственность решения
16. Волновое уравнение. Лемма о представлении решения волнового уравнения. Формула Пуассона
17. Непрерывная зависимость решения задачи Коши для волнового уравнения от начальных данных
18. Формула представления решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Запаздывающий потенциал
19. Вывод уравнения распространения тепла в изотропном твердом теле и постановка краевых условий
20. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Постановка задачи. Теорема о максимуме и минимуме. Следствие о единственности решения и его непрерывной зависимости от краевых условий
21. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в прямоугольнике
22. Решение первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности
23. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Единственность решения
24. Существование формального решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Интеграл Фурье
25. Гладкость решения задачи Коши для уравнения теплопроводности
26. Выполнение начальных условий задачи Коши для уравнения теплопроводности
27. Непрерывная зависимость решения задачи Коши для уравнения теплопроводности от начальных условий
28. Физический смысл фундаментального решения уравнения теплопроводности.

Пример контрольно-измерительного материала:

Контрольно-измерительный материал №_1_

1. Вывод уравнения Даламбера.
2. 1. Уравнением колебания струны является

   1) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$ 2) $\dfrac{\partial u}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 3) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial u}{\partial x}$
3. Решением задачи о собственных значениях (задачи Штурма-Лиувилля) $x'' + \lambda x = 0$, *x(0)=0, x(l)=0* являются

   1) $X(x) = A\cos\sqrt{\lambda}x + B\sin\sqrt{\lambda}x$

   2) $X(x) = A + Be^{-\sqrt{\lambda}x}$

   3) $\lambda_n = \dfrac{\pi^2 n^2}{l^2},\ X_n(x) = B\sin\dfrac{\pi n}{l}x,\ n = 1,2,...$

   4) $X(x) = A + Be^{\lambda x}$

4. Общее решение уравнения $\dfrac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta} + \dfrac{2}{\eta}\dfrac{\partial u}{\partial\xi} = 0$ имеет вид:

   1) $u = \eta^{-2}\varphi(\eta) + \psi(\xi)$ 2) $u = \eta^{-2}\varphi(\xi) + \psi(\eta)$ 3) $u = \xi^{-2}\varphi(\eta) + \psi(\eta)$ 4) $u = \eta^{-2}\varphi(\xi)$.

Приблизительная тематика курсовых работ:

1. Решение начально-краевой задачи для уравнения Даламбера.
2. Задача Штурма-Лиувилля на геометрическом графе-звезда.
3. Функция Грина краевой задачи на геометрическом графе-звезда.

4. Решение задач диффузионного типа различными методами.
5. Метод сеток решения дифференциального уравнения гиперболического типа.
6. Задача Римана-Гильберта для полупространства.
7. Задача Римана-Гильберта для односвязной области.
8. Нахождение решений задач для дифференциальных уравнений методом Римана.
9. Исследование задач для гиперболических уравнений методом Фурье.
10. Решение задачи для волнового уравнения с помощью современных математических программ.
11. Применение преобразований Лапласа к решению начально-граничных задач для уравнений гиперболического и параболического типов.
12. Применение пакетов символьной математики к вычислению двойных и тройных интегралов.

Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация по дисциплине «Дополнительные главы теории параболических и гиперболических уравнений» проводится в форме экзамена, курсовой работы.

По решению кафедры оценки за экзамен могут быть выставлены по результатам текущей успеваемости обучающегося в течение семестра, но не ранее, чем на заключительном занятии. Для этого обучающемуся необходимо написать контрольную работу на оценку «зачтено», посетить не менее 80% занятий, активно работать на занятиях. При несогласии обучающегося, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра.

Промежуточная аттестация по дисциплине с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, https://edu.vsu.ru/).

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

В ходе проведения аттестации обучающемуся необходимо ответить на вопросы КИМ, состоящего из четырех вопросов, и дополнительные вопросы экзаменатора.

Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации следующим образом: обучающиеся, получившие за контрольную работу оценку «не зачтено» или не явившиеся на контрольную работу, получают дополнительное практическое задание.

Написание курсовой работы осуществляется под руководством научного руководителя каждым студентом индивидуально, затем проходит процедура защиты курсовой работы на кафедре.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания.

Собеседование по билетам к экзамену:

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружил пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий	«Неудовлетворительно»
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Оценка "удовлетворительно" выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка	"Удовлетворительно"

«удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения и формулировки утверждений по контрольно-измерительному материалу.	
Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Оценка "хорошо" выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному применению в практической деятельности. Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он правильно и в полном объеме ответил не менее, чем на 75% вопросов билета	"Хорошо"
Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоившим основную программу и знакомым с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Оценка "отлично" выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала	"Отлично"

Требование к выполнению заданий

Курсовая работа:

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Исследование выполнено самостоятельно, имеет научно-практический характер, содержит элементы новизны; обучающийся показал знание теоретического материала по рассматриваемой проблеме, успешно применил теоретические знания для решения поставленной перед ним задачи; материал излагается грамотно, логично, последовательно.	Отлично
Исследование выполнено с большой долей самостоятельности, имеет научный характер; обучающийся показал знание теоретического материала по рассматриваемой проблеме, применение теоретических знаний для решения поставленной перед ним задачи вызвало некоторые затруднения; материал не всегда излагается последовательно, логично.	Хорошо
Исследование не содержит элементов новизны; обучающийся не в полной мере владеет теоретическим материалом по рассматриваемой проблеме, применение теоретических знаний для решения поставленной перед ним задачи вызывает значительные затруднения; материал не всегда излагается последовательно, логично.	Удовлетворительно
Работа не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к оценкам «удовлетворительно», «хорошо», «отлично».	Неудовлетворительно

ПК – 4 Способность к определению целей и задач проводимых исследований, знание отечественного и международного опыта в области знаний уравнений в частных производных и уравнений математической физики, умение использовать отечественный и международный опыт в данной области задач

ПК -4.1 Применяет знания отечественного и международного опыта в области знаний уравнений в частных производных и уравнений математической физики

Знать: зарубежную и отечественную литературу в области уравнений в частных производных, общие формы закономерности теории уравнений с частными производными.

Уметь: применять методы уравнений в частных производных к решению широкого класса задач для уравнений гиперболического и параболического типов.

Владеть: навыками поиска необходимой информации в профессиональных базах данных и её применения для решения поставленных задач

ПК -4.2 Анализирует и внедряет отечественный и международный опыт в данной области задач

Знать: основные методы решения уравнений гиперболического и параболического типов, применяемые в отечественной и зарубежной практике.
Уметь: определять наиболее рациональный метод решения и применить его к конкретной задаче.
Владеть: навыками анализа и практического использования знаний и методов решения уравнений в частных производных.
ПК -4.3 Формирует иерархию основных и второстепенных целей и задач в исследованиях, проводимых в области уравнений в частных производных и уравнений математической физики
Знать: основные задачи и цели исследования уравнений в частных производных.
Уметь: выделять основные и второстепенные цели и задачи исследования уравнения в частных производных параболического или гиперболического типа.
Владеть: навыками систематизации информации в области уравнений в частных производных параболического и гиперболического типов.

Перечень заданий для оценки сформированности компетенций

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Характеристиками уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ являются следующие линии: (выберите два правильных ответа)

1. $x + \sqrt{3}t = c_1$
2. $x - \sqrt{3}t = c_2$
3. $x^2 + \sqrt{3}\, t = c_1$
4. $x^2 - \sqrt{3}\, t = c_2$

Ответ: 1,2
Решение. Прямые $x + at = c_1$ и $x - at = c_2$ являются характеристиками для уравнения колебаний струны, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ тогда при *a=3*, характеристиками являются линии $x + \sqrt{3}t = c_1$ и $x - \sqrt{3}t = c_2$ где c_1, c_2 - произвольные постоянные.

2. Характеристиками уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2\frac{\partial\ u}{\partial x} + 6\frac{\partial\ u}{\partial y} = 0$ являются следующие линии: (выберите два правильных ответа)

1. $y - x = c_1$
2. $y + 3x = c_2$
3. $2x - y = c_1$
4. $x + 2y = c_2$

Ответ:1,2.
Решение. Характеристиками дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = F(x, y, u(x,y), \frac{\partial u(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

будут линии $y = \frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{a}x + c_1$, $y = \frac{b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}x + C_2$, следовательно $y=\frac{-1+\sqrt{1-1(-3)}}{1}x+C_1=x+C_1$ $y=\frac{-1-\sqrt{1-1(-3)}}{1}x+C_2=-3x+C_2$, получим $y-x=c_1$ и $y+3x=c_2$

3. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0<x<l,\ t>0, \\ u(0,t)=0, \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0, \quad 0\le x\le l, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ t\ge 0. \end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля функции:

1. $\sin\left(\frac{3\pi}{2l}\right)x$
2. $\sin\left(2\pi\right)x$
3. $\cos\left(\frac{5\pi}{2l}\right)x$
4. $\cos\left(9\pi\right)x$

Ответ:1.

Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l), \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$, $X(0)=0\Leftrightarrow C_1=0$, $X'(x)=\lambda C_2\cos\lambda x$,

$$X'(l)=\lambda C_2\cos\lambda l=0\Rightarrow \lambda l=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z\Rightarrow \lambda=\frac{(2k+1)\pi}{2l}\Rightarrow$$

$X_k(x)=\sin\frac{(2k+1)\pi}{2l}x, k=0,1,2,...$ тогда при $k=1\Rightarrow X_1(x)=\sin\left(\frac{3\pi}{2l}\right)x$

4. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0<x<l,\ t>0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0, \quad 0\le x\le l, \\ u(x,0)=\varphi_0(x), \quad t\ge 0. \end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля функции:

1. $\cos\left(\frac{\pi}{l}\right)x$
2. $\cos\left(5\pi\right)x$
3. $\sin\left(\frac{3\pi}{l}\right)x$

4. $\sin\left(\frac{9\pi}{2l}\right)x$

Ответ:1.

Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l), \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$, $X'(x)=-\lambda C_1\sin\lambda x+\lambda C_2\cos\lambda x$, $X'(0)=0\Leftrightarrow C_2=0$,

$X'(l)=-\lambda C_1\sin\lambda l=0\Rightarrow \lambda l=k\pi,\ k\in Z\Rightarrow \lambda=\frac{k\pi}{l}\Rightarrow X_k(x)=\cos\frac{k\pi}{l}x,\ k=0,1,2,...$ тогда при $k=1\Rightarrow X_1(x)=\cos\left(\frac{\pi}{l}\right)x$.

5.Решение задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\ (-\infty<x<\infty)$ при начальном условии $u|_{t=0}=u_0(x)$ имеет вид…

1. $u(x,t)=\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}u_0(\xi)e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}}d\xi$

2. $u(x,t)=\frac{1}{4a^2\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}u_0(\xi)e^{-(\xi-x)^2}d\xi$

3. $u(x,t)=\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}u_0(\xi)e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4at}}d\xi$,;

4. $u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi t}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}u_0(\xi)e^{-\frac{(\xi-x)}{4at^2}}d\xi$

Ответ:1.

Решение. Решение задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности с ненулевым начальным условием имеет вид: $u(x,t)=\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}u_0(\xi)e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}}d\xi$.

6. Установить соответствия в таблице:

1. Уравнение теплопроводности(диффузии) может быть представлено в виде	A) $\frac{\partial u}{\partial t}-a^2\frac{\partial u}{\partial x}=0$
2. Уравнение Лапласа может быть представлено в виде	B) $\frac{\partial u}{\partial t}-a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$
3 Волновое уравнение может быть представлено в виде	C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0$
	D) $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$

Решение. Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ это уравнения колебаний струны (волновое уравнение).

Уравнение $\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ это уравнения теплопроводности (диффузии).

Уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ это уравнение Лапласа.

Таким образом, получим соответствия: 1- B; 2-C; 3-D.
Ответ:
1- B; 2-C; 3-D.

7. Используя формулу Даламбера, найти решение задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x,0) = 0, \quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \cos x$$

1. $u(x,t) = \frac{\sin(x+3t) - \sin(x-3t)}{6}$
2. $u(x,t) = \frac{1}{6}(\sin(x+3t)$
3. $u(x,t) = \cos(x+3t)$
4. $u(x,t) = \frac{1}{18}\cos(x-3t)$

Ответ:1.
Решение. Формула решения задачи (формула Даламбера) имеет вид $u(x,t) = \frac{\varphi(x-at)+\varphi(x+at)}{2} + \frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}\psi(s)\,ds = \frac{\sin(x+3t) - \sin(x-3t)}{6}$

8. Характеристиками уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 16\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ являются следующие линии: (выберите два правильных ответа)

1. $x + 4t = c_1$
2. $x - 4t = c_2$
3. $x^2 + 4t = c_1$
4. $x^2 - 4t = c_2$

Ответ:1,2.
Решение. Прямые $x + at = c_1$ и $x - at = c_2$ являются характеристиками для уравнения колебаний струны, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ тогда при *a=16*, характеристиками являются линии $x + 4t = c_1$ и $x - 4t = c_2$ где c_1, c_2 - произвольные постоянные.

9. Характеристиками уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 8\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 15\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - 3\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ являются следующие линии: (выберите два правильных ответа)

1. $y + 5x = c_1$
2. $y + 3x = c_2$
3. $2x - y = c_1$
4. $x + 2y = c_2$

Ответ:1,2.
Решение. Характеристиками дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

будут линии $y=\dfrac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}x+c_1$, $y=\dfrac{b-\sqrt{b^2-ac}}{a}x+C_2$,

следовательно, $y=\dfrac{-4+\sqrt{16-15}}{1}x+C_1=-3x+C_1$ $y=\dfrac{-4-\sqrt{16-15}}{1}x+C_2=-5x+C_2$, получим $y+5x=c_1$ и $y+3x=c_2$

10. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \;\; 0<x<l,\; t>0,\\ u(0,t)=0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\;\; 0\le x\le l,\\ u(x,0)=\varphi_0(x), \quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\; t\ge 0.\end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля

$$\begin{cases}X''(x)+\lambda^2X(x)=0,\; x\in(0;l),\\ X(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$$

следующие функции:

1. $\sin\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$
2. $\sin(5\pi)x$
3. $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$
4. $\cos(5\pi)x$

Ответ:1.

Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases}X''(x)+\lambda^2X(x)=0,\; x\in(0;l),\\ X(0)=0, X'(l)=0.\end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$, $X(0)=0\Leftrightarrow C_1=0$, $X'(x)=\lambda C_2\cos\lambda x$,

$$X'(l)=\lambda C_2\cos\lambda l=0\Rightarrow \lambda l=\frac{\pi}{2}+k\pi,\, k\in Z\Rightarrow \lambda=\frac{(2k+1)\pi}{2l}\Rightarrow$$

$X_k(x)=\sin\dfrac{(2k+1)\pi}{2l}x,\; k=0,1,2,...$ тогда при $k=2\Rightarrow X_1(x)=\sin\left(\dfrac{5\pi}{2l}\right)x$

11. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \;\; 0<x<l,\; t>0,\\ \dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0, \quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\;\; 0\le x\le l,\\ u(x,0)=\varphi_0(x), \quad t\ge 0.\end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l),\\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

1. $\cos\left(\dfrac{2\pi}{l}\right)x$
2. $\cos(2\pi)x$
3. $\sin\left(\dfrac{2\pi}{l}\right)x$,;
4. $\sin\left(\dfrac{9\pi}{2l}\right)x$

Ответ:1.

Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l),\\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$,

$X'(x)=-\lambda C_1\sin\lambda x+\lambda C_2\cos\lambda x$, $X'(0)=0\Leftrightarrow C_2=0$,

$X'(l)=-\lambda C_1\sin\lambda l=0\Rightarrow\lambda l=k\pi,\, k\in Z\Rightarrow\lambda=\dfrac{k\pi}{l}\Rightarrow X_k(x)=\cos\dfrac{k\pi}{l}x,\, k=0,1,2,\ldots$ тогда при

$k=2\Rightarrow X_1(x)=\cos\left(\dfrac{2\pi}{l}\right)x$.

12. Используя формулу Даламбера, указать решение задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad u(x,0)=\sin\,x,\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=0$$

1. $u(x,t)=\dfrac{\sin(x+2t)-\sin\,(x-2t)}{2}$
2. $u(x,t)=\dfrac{1}{2}(\sin(x+4t)$
3. $u(x,t)=\cos\,(x+4t)$
4. $u(x,t)=\dfrac{1}{4}\cos\,(x-4t)$

Ответ: 1.

Решение задачи по формуле Даламбера имеет вид $u(x,t)=\dfrac{\varphi(x-at)+\varphi(x+at)}{2}+\dfrac{1}{2a}\displaystyle\int_{x-at}^{x+at}\psi(s)\,ds=\dfrac{\sin(x+2t)-\sin\,(x-2t)}{2}$

13. В результате решения начально-краевой задачи

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=a^2\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\ \ x\in[0;l],\, t>0,\\ u(0,t)=0,\quad \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}=0,\ \ t>0,\\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ \ x\in[0;l] \end{cases}$$

методом разделения переменных (методом Фурье), где решение находят в виде:

$u(x,t)=X(x)T(t)$,

возникает следующая задача Штурма-Лиувилля:

1. $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

3. $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X(l)=0, \end{cases}$

4. $\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X'(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$

Ответ:1.

14. Является ли число $\lambda=0$ собственным значением задачи Штурма-Лиувилля:

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

1нет
2.да
Ответ:1.
Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;l), \\ X(0)=0, X(l)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$,

$X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x=0$, $X(0)=0\Leftrightarrow C_1=0$,

$X(l)=C_1\cos\lambda l+C_2\sin\lambda l=0\Rightarrow\lambda l=k\pi,\ k\in Z\Rightarrow\lambda=\dfrac{k\pi}{l}\Rightarrow X_k(x)=\sin\dfrac{k\pi}{l}x,\ k=0,1,2,...$

тогда при $k=0\Rightarrow X_0(x)=\sin\left(\dfrac{k\pi}{l}\right)x\Big|_{k=0}=0$ Следовательно задача не имеет нетривиальных решений при $\lambda=0$.

15. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\ \ 0<x<\pi,\ t>0, \\ u(0,t)=0,\quad \dfrac{\partial u(\pi,t)}{\partial x}=0,\ \ 0\le x\le\pi, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ t\ge 0. \end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;\pi), \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

функции:

1. $\sin\left(\dfrac{3}{2}x\right)$
2. $\sin(2x)$

3. $\cos\left(\frac{5}{2}x\right)$
4. $\cos(9x)$

Ответ:1.

Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;\pi), \\ X(0)=0, X'(l)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$, $X(0)=0\Leftrightarrow C_1=0$, $X'(x)=\lambda C_2\cos\lambda x$,

$$X'(l)=\lambda C_2\cos\lambda\pi=0\Rightarrow\lambda\pi=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z\Rightarrow\lambda=\frac{2k+1}{2}\Rightarrow$$

$X_k(x)=\sin\frac{(2k+1)}{2}x, k=0,1,2,...$ тогда при $k=1\Rightarrow X_1(x)=\sin\left(\frac{3}{2}x\right)$

16. Рассмотрим задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\ \ 0<x<\pi,\ t>0, \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial u(\pi,t)}{\partial x}=0,\ \ 0\le x\le\pi, \\ u(x,0)=\varphi_0(x),\quad t\ge 0. \end{cases}$$

Являются ли собственными функциями соответствующей задачи Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;\pi), \\ X'(0)=0, X'(\pi)=0. \end{cases}$$

функции :

1. $\cos(x)$
2. $\cos(5x)$
3. $\sin(3\pi x)$
4. $\sin\left(\frac{9}{2}x\right)$

Ответ:1.

Решение. Рассмотрим задачу Штурма-Лувилля

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda^2 X(x)=0,\ x\in(0;\pi), \\ X'(0)=0, X'(\pi)=0. \end{cases}$$

Решения этой задачи: $X(x)=C_1\cos\lambda x+C_2\sin\lambda x$,

$X'(x)=-\lambda C_1\sin\lambda x+\lambda C_2\cos\lambda x$, $X'(0)=0\Leftrightarrow C_2=0$,

$X'(\pi)=-\lambda C_1\sin\lambda\pi=0\Rightarrow\lambda l=k\pi, k\in Z\Rightarrow\lambda=k\Rightarrow X_k(x)=\cos kx, k=0,1,2,...$ тогда при $k=1\Rightarrow X_1(x)=\cos(x)$.

17. Характеристиками уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-25\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ являются следующие линии… (выберите два правильных ответа)

1. $x+5t=c_1$
2. $x-5t=c_2$

3. $x^2+25t=c_1$
4. $x^2-5\,t^2=c_2$

Решение. Прямые $x+at=c_1$ и $x-at=c_2$ являются характеристиками для уравнения колебаний струны, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ тогда при *a=25*, характеристиками являются линии $x+5t=c_1$ и $x-5t=c_2$, где c_1, c_2 - произвольные постоянные.
Ответ:1,2.

18. Укажите тип уравнения, к которому относится следующие уравнение:

Уравнение колебаний струны - это уравнение …………… типа :
1. гиперболического
2. параболического
3. эллиптического
4. сферического

Ответ:1.
Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных (x,t) имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+2b\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x\partial t}+c\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=F(x,t,u(x,t),\frac{\partial u(x,t)}{\partial x},\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}),\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-a^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=f\left(x,t\right)\text{-}$$

это уравнение гиперболического типа, так как $D=b^2-ac=0^2-1(-a^2)=a^2>0,\ a\neq 0$.
19. Укажите тип уравнения, к которому относится следующие уравнение:

Уравнение теплопроводности - это уравнение ………. типа
1. параболического
2. гиперболического
3. эллиптического
4. сферического

Ответ:1.

20. Установить соответствия в постановках задачи Коши для основных уравнений математической физики

1. $$\begin{cases}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}-a^2\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=f(x,t),\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=u_0(x),\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=u_1(x),\ x\in\mathbb{R}^n.\end{cases}$$

2. $$\begin{cases}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}-a^2\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2}=f(x,t),\ x\in\mathbb{R}^n,\ t>0,\\ u(x,0)=u_0(x),\ x\in\mathbb{R}^n.\end{cases}$$

3. $\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ \ x \in \mathbb{R}^n. \end{cases}$

4. $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \text{здесь } \Delta u(x) = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2} \\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D \end{cases},$

$\Delta u(x) = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2 u(x)}{\partial x_i^2}$

A) начальная задача для волнового уравнения
B) задача Коши для уравнения теплопроводности
C) задача Дирихле для уравнения Пуассона
D) вторая краевая задача для уравнения Лапласа

Решение.

Уравнение и начальные условия $\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ \dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t} = u_1(x),\ x \in \mathbb{R}^n. \end{cases}$ определяют начальную задачу для волнового уравнения.

Уравнение и начальные условия $\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x_i^2} = f(x,t),\ x \in \mathbb{R}^n,\ t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x),\ \ x \in \mathbb{R}^n. \end{cases}$

определяют задачу Коши (начальную задачу) для уравнения теплопроводности.

Уравнение и граничные условия $\begin{cases} \Delta u(x) = 0, x \in D, \\ \dfrac{\partial u(x)}{\partial n} = \varphi(x), x \in \partial D \end{cases}$

определяют вторую краевую задачу для уравнения Лапласа.

Таким образом, получим соответствия: 1- A; 2-B; 4-D.

Ответ: 1- A; 2-B; 4-D.

21. Укажите тип уравнения, к которому относится следующие уравнение: $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$.

1. гиперболического
2. параболического
3. эллиптического
4. сферического

Ответ: 1.

Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных (x,t) имеет вид

$a \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + 2b \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} + c \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = F(x,t,u(x,t), \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t})$, $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f(x,t)$- это уравнение гиперболического типа, так как $D = b^2 - ac = 0^2 - 1(-a^2) = a^2 > 0,\ a \neq 0$.

22. Укажите тип для следующего уравнения:

$$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0, \quad (x > 0,\ y > 0)$$

1. гиперболического
2. параболического
3. эллиптического
4. сферического .

Ответ: 1.

Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = F(x, y, u(x,y), \frac{\partial u(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0, \quad (x > 0,\ y > 0)$ - это уравнение гиперболического типа, так как

$D(x,y) = \left(b(x,y)\right)^2 - a(x,y)\cdot c(x,y) = 0^2 - x\left(-y\right) = xy > 0$, при $(x > 0,\ y > 0)$ здесь

$a = x, b = 0, c = -y$

23. Укажите тип для следующего уравнения:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\,sin\,x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - cos^2 x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - cos\,x\frac{\partial\ u}{\partial y} = 0$$

1. гиперболического
2. параболического
3. эллиптического
4. сферического

Ответ: 1.

Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x \partial y} + c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = F(x, y, u(x,y), \frac{\partial u(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\,sin\,x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - cos^2 x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - cos\,x\frac{\partial\ u}{\partial y} = 0$ - это уравнение гиперболического типа, так как

$D(x,y) = \left(b(x,y)\right)^2 - a(x,y)\cdot c(x,y) = \left(-\sin x\right)^2 - 1\cdot\left(-\cos^2 x\right) = 1 > 0$, здесь

$a = 1, b = -\sin x, c = -\cos^2 x$

24. Какие начальные условия нужно задать в задаче Коши для уравнения свободных колебаний струны. Выберите правильный ответ.

1. значения функции и ее первой производной по времени в начальный момент времени $t = 0$;
2.значение функции в начальный момент времени $t = 0$
3.значение первой производной функции в начальный момент времени $t = 0$
4.значение второй производной функции в начальный момент времени $t = 0$

Ответ: 1.

25. Какие начальные условия нужно задать в задаче Коши для уравнения теплопроводности. Выберите правильный ответ.
1. значение функции в начальный момент времени $t=0$
2. значения функции и ее первой производной по времени в начальный момент времени $t=0$
3. значение первой производной функции в начальный момент времени $t=0$
4. значение второй производной функции в начальный момент времени $t=0$
Ответ: 1.

2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Введите пропущенное слово: функции $\sin\left(\dfrac{\pi(2k+1)x}{2l}\right)$, где $k=0,1,2,...$ являются ________________ функциями следующей задачи Штурма-Лиувилля:

$$\begin{cases} X''(x)+\lambda X(x)=0,\ x\in[0;l], \\ X(0)=0, X'(l)=0, \end{cases}$$

Ответ:
собственными
собственные

2. Продолжите предложение: задача для дифференциального уравнения с частными производными и заданным начальным условием:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad -\infty<x<\infty, t>0$$

$$u\big|_{t=0}=u_0(x)$$

называется: начальной задачей для уравнения______________________ типа.

Ответ:
параболического

3.Продолжите предложение: задача для дифференциального уравнения с частными производными и заданным начальным условием:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad -\infty<x<\infty, t>0$$

$$u\big|_{t=0}=u_0(x);\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=u_1(x).$$

называется: начальной задачей для уравнения______________________ типа.

Ответ:
гиперболического
теплопроводности

4. Укажите тип для следующего уравнения (введите пропущенное слово):

$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+2\dfrac{\partial u}{\partial x}+6\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$ – это уравнение _______________ типа.

Ответ:
гиперболического.

Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+2\frac{\partial\ u}{\partial x}+6\frac{\partial\ u}{\partial y}=0$ - это уравнение гиперболического типа, так как

$D=b^2-ac=(-1)^2-1(-3)=1+3=4>0$, здесь $a=1, b=-1, c=-3$

5. Укажите тип для следующего уравнения (введите пропущенное слово):

$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-8\sin x\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+8\sin^2 x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-3\cos x\frac{\partial u}{\partial y}=0$ - это уравнение ________________ типа.

Ответ:
параболического

параболический

Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-8\sin x\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-8\sin^2 x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-3\cos x\frac{\partial u}{\partial y}=0$ - это уравнение параболического типа, так как

$D(x,y)=\left(b(x,y)\right)^2-a(x,y)\cdot c(x,y)=\left(-4\sin x\right)^2-2\cdot 8\sin^2 x=0$, здесь

$a=2, b=-4\sin x, c=8\sin^2 x$

6. Укажите тип для следующего уравнения (введите пропущенное слово):

Пусть задано дифференциальное уравнение:

$$a(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

и величина $D(x_0,y_0)=(b(x_0,y_0))^2-a(x_0,y_0)\cdot c(x_0,y_0)>0$. Тогда в точке (x_0,y_0) это уравнение __________________ типа.

Ответ:
гиперболического

гиперболический

7. Укажите тип для следующего уравнения (введите пропущенное слово):

Пусть задано дифференциальное уравнение:

$$a(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

и величина $D(x_0,y_0)=(b(x_0,y_0))^2-a(x_0,y_0)\cdot c(x_0,y_0)=0$. Тогда в точке (x_0,y_0) это уравнение __________________ типа.

Ответ:
параболического

параболический

8. Пусть задано дифференциальное уравнение (введите пропущенное числовое значение):

$$a(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c(x,y)\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

и величина $D(x_0,y_0)=(b(x_0,y_0))^2-a(x_0,y_0)\cdot c(x_0,y_0)$

Дифференциальное уравнение будет параболическим в точке (x_0,y_0) если

$D(x_0,y_0)=$ ________?

Ответ:0.
9. Укажите тип для следующего уравнения (введите пропущенное слово):
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-6\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial\ u}{\partial x}-3\frac{\partial\ u}{\partial y}=0$ – это уравнение ______________ типа
Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-6\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+5\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial\ u}{\partial x}-3\frac{\partial\ u}{\partial y}=0$ - это уравнение эллиптического типа, так как

$D=b^2-ac=(-3)^2-1\cdot 5=9-5=4>0$, здесь $a=1, b=-4, c=5$,

Ответ:
гиперболического
гиперболическое

10. Укажите тип для следующего уравнения (введите пропущенное слово):
$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+4y\frac{\partial\ u}{\partial x}-7x^2\frac{\partial\ u}{\partial y}=0$ – это уравнение ______________ типа
Решение. Дифференциальное уравнение с частными производными, в случае двух независимых переменных имеет вид

$$a\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2}+2b\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x\partial y}+c\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2}=F(x,y,u(x,y),\frac{\partial u(x,y)}{\partial x},\frac{\partial u(x,y)}{\partial y})$$

$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+4y\frac{\partial\ u}{\partial x}-7x^2\frac{\partial\ u}{\partial y}=0$ - это уравнение параболического типа, так как

$D=b^2-ac=-xy-x\left(-y\right)=-xy+xy=0$, здесь $a=x, b=-xy, c=-y$,

Ответ:
параболического
параболическое

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).